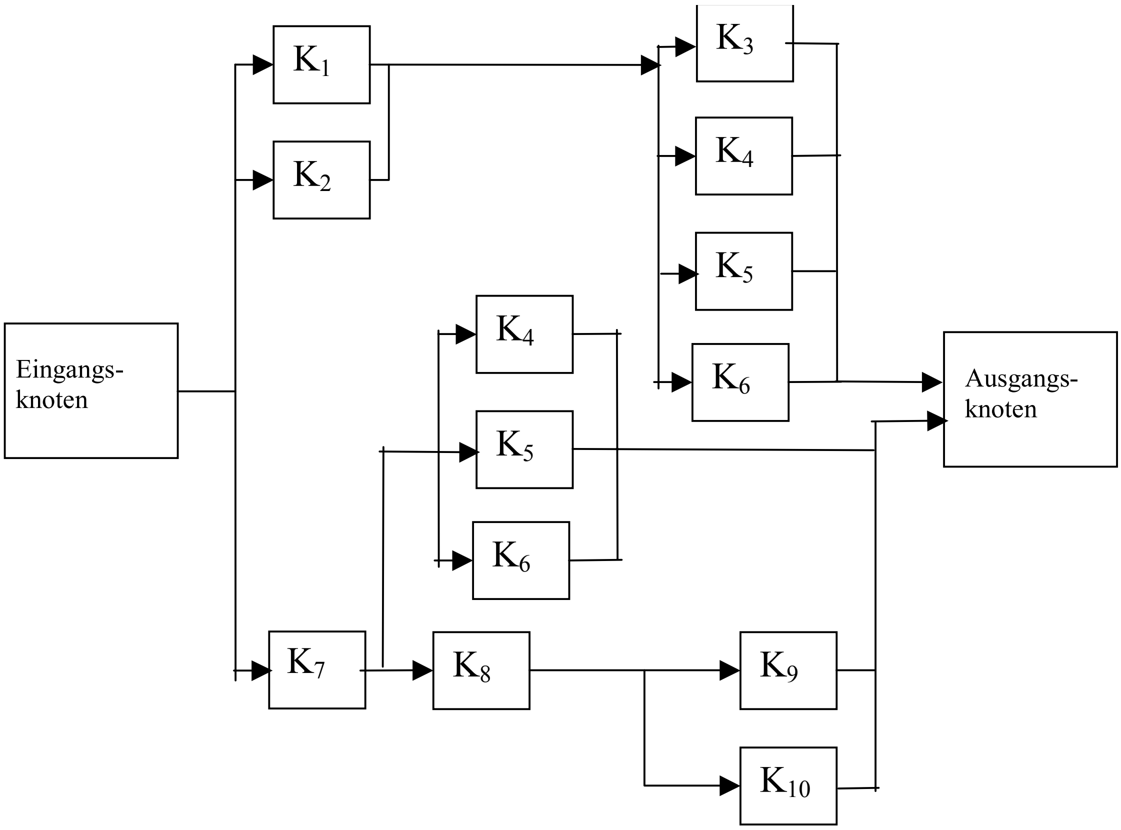
Musterlösung zum 5. Übungsblatt

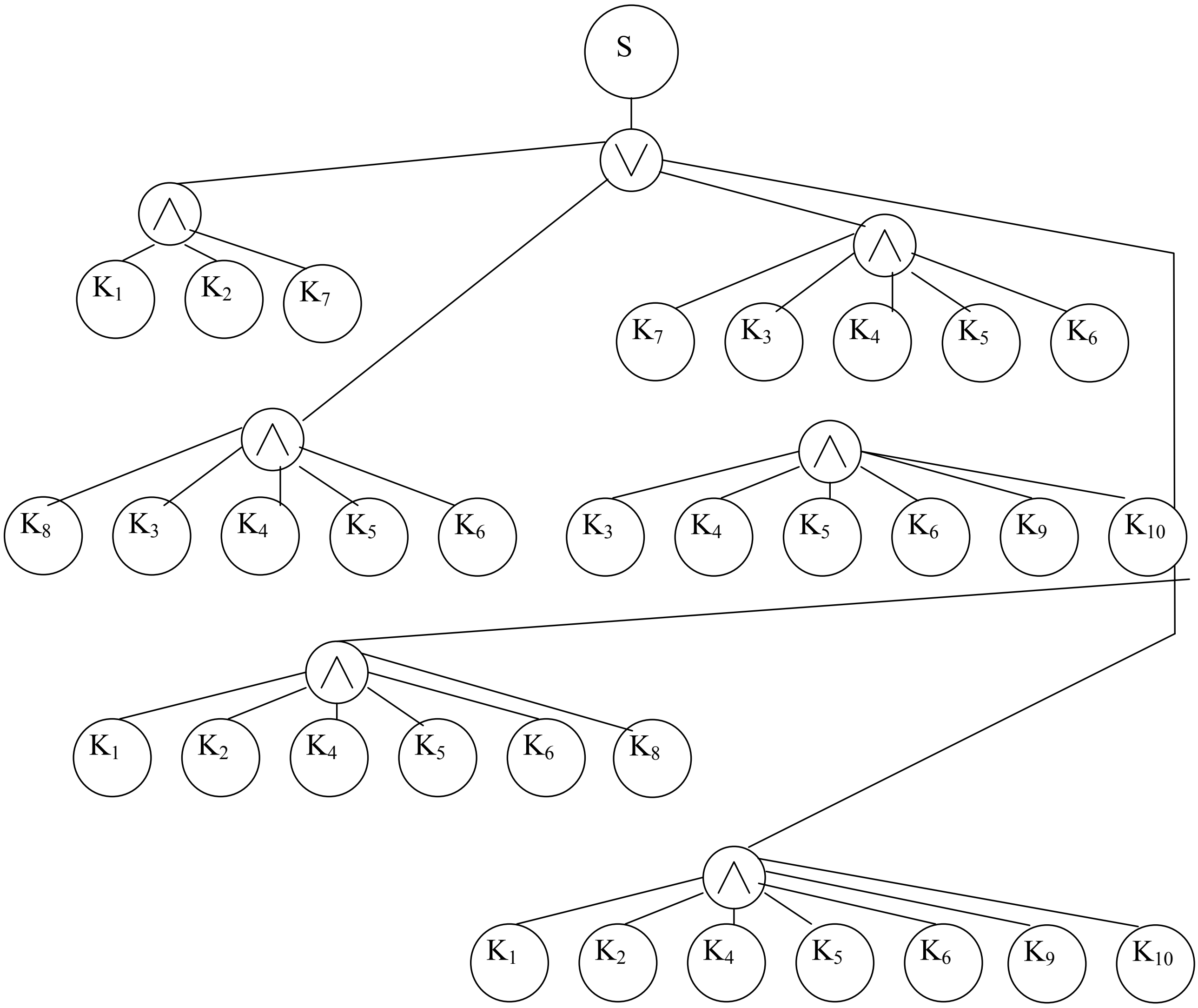
1. Aufgabe

1. Um die Systemfunktion einfacher zu bekommen, kann man das Zuverlässigkeitsblockdiagramm so darstellen:

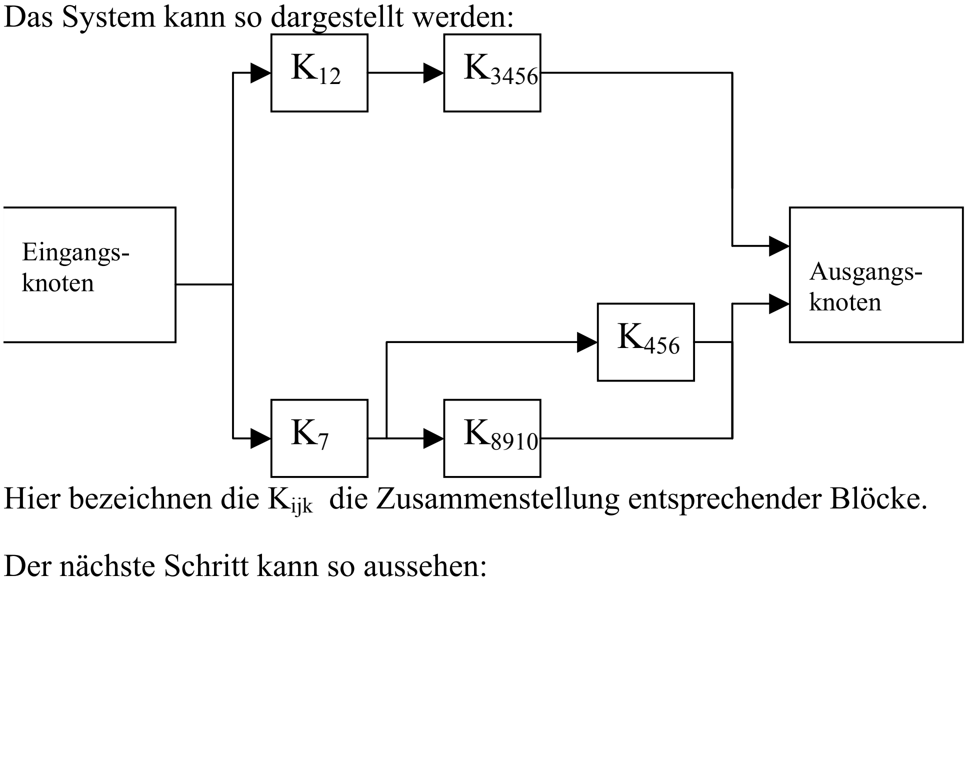


Die Systemfunktion:
$S = ((K_1 \text{ OR } K_2) \text{ AND } (K_3 \text{ OR } K_4 \text{ OR } K_5 \text{ OR } K_6)) \text{ OR } (K_7 \text{ AND } ((K_8 \text{ AND } (K_9 \text{ OR } K_{10})) \text{ OR } (K_4 \text{ OR } K_5 \text{ OR } K_6))).$

2. Der Fehlerbaum:

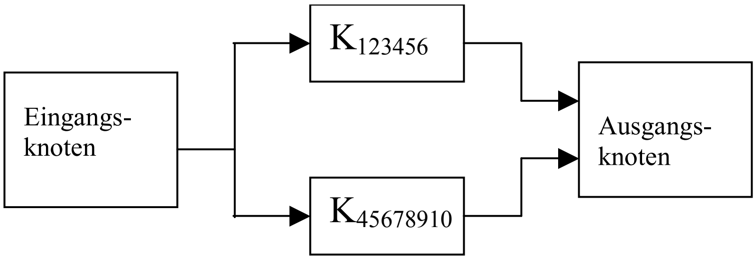


3. Die statische Redundanz.
4. Funktionswahrscheinlichkeit:
   Das System kann so dargestellt werden:



Hier bezeichnen die K_{ijk} die Zusammenstellung entsprechender Blöcke.

Der nächste Schritt kann so aussehen:



Die Funktionswahrscheinlichkeit laut Systemfunktion ist:

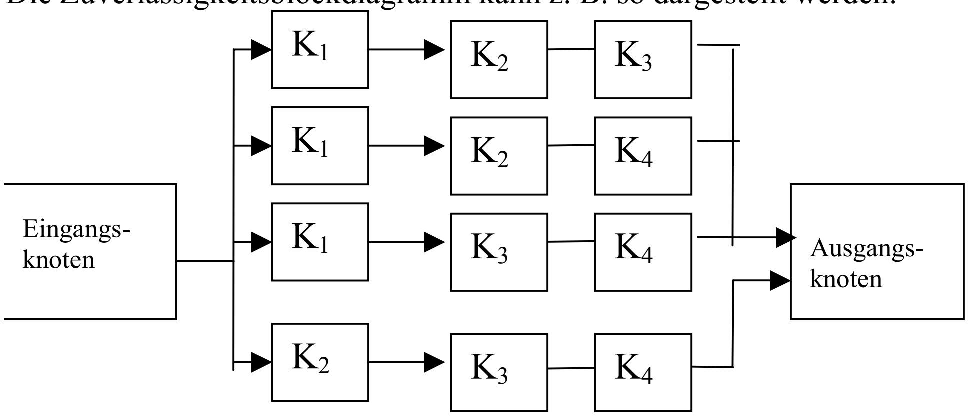
$$\varphi(t) = 1 - (1 - \varphi(K_{123456};t))(1 - \varphi(K_{45678910};t)).$$

Die Funktionswahrscheinlichkeiten für die Sammelblöcke lassen sich z. B. wie folgt berechnen:

$$\varphi(K_{123456};t) = \varphi(K_{12};t)\varphi(K_{3456};t);$$
$$\varphi(K_{45678910};t) = \varphi(K_7;t)\varphi(K_{4568910};t);$$
$$\varphi(K_{4568910};t) = 1 - (1 - \varphi(K_{456};t))(1 - \varphi(K_{8910};t));$$
$$\varphi(K_{12};t) = 1 - (1 - \varphi(K_1;t))(1 - \varphi(K_2;t));$$
$$\varphi(K_{3456};t) = (1 - (1 - \varphi(K_3;t))(1 - \varphi(K_4;t))(1 - \varphi(K_5;t))(1 - \varphi(K_6;t)));$$
$$\varphi(K_{456};t) = (1 - (1 - \varphi(K_4;t))(1 - \varphi(K_5;t))(1 - \varphi(K_6;t)));$$
$$\varphi(K_{8910};t) = \varphi(K_8;t)(1 - (1 - \varphi(K_9;t))(1 - \varphi(K_{10};t))).$$

2. Aufgabe

1. Die Zuverlässigkeitsblockdiagramm kann z. B. so dargestellt werden:



Die Systemfunktion: S(3-von-4)=(K_1 AND K_2 AND K_3) OR (K_1 AND K_2 AND K_4) OR (K_1 AND K_3 AND K_4)) OR (K_2 AND K_3 AND K_4).

2. Die mittlere Lebensdauer eines Blockes:

$$\mathrm{E}(\mathrm{L}) = \int_0^\infty \mathrm{R}(\mathrm{t})\mathrm{dt} = \frac{1}{\lambda} = \text{ 1000 Stunden} \Rightarrow \lambda = 0{,}001 \text{ / Stunde.}$$

Die Überlebenswahrscheinlichkeit des Systems:

$$R_S(t) = \sum_{i=n}^{n+r} \binom{n+r}{i} R(t)^i (1 - R(t))^{n+r-i} = R(t)^3(4 - 3R(t)) = e^{-3\lambda t}(4 - 3e^{-\lambda t})$$

Nach 1 Stunde : R_S(t) = 0.999994;
Nach 1 Tag (24 Stunden): R_S(t) = 0.9967;
Nach 1 Jahr (8760 Stunden) $R_S(t) = 1.5 * 10^{-11}$.

3. Für ein nichtredundantes System: nach 1 Stunde : R(t) = 0.999;

nach 1 Tag R(t) = 0.9763;
nach 1 JahrR(t) = 0.00016.

Man sieht, dass ein nichtredundantes System zuerst eine kleinere Überlebenswahrscheinlichkeit hat, mit der Zeit wird es aber zuverlässiger, als ein n-von-m System.

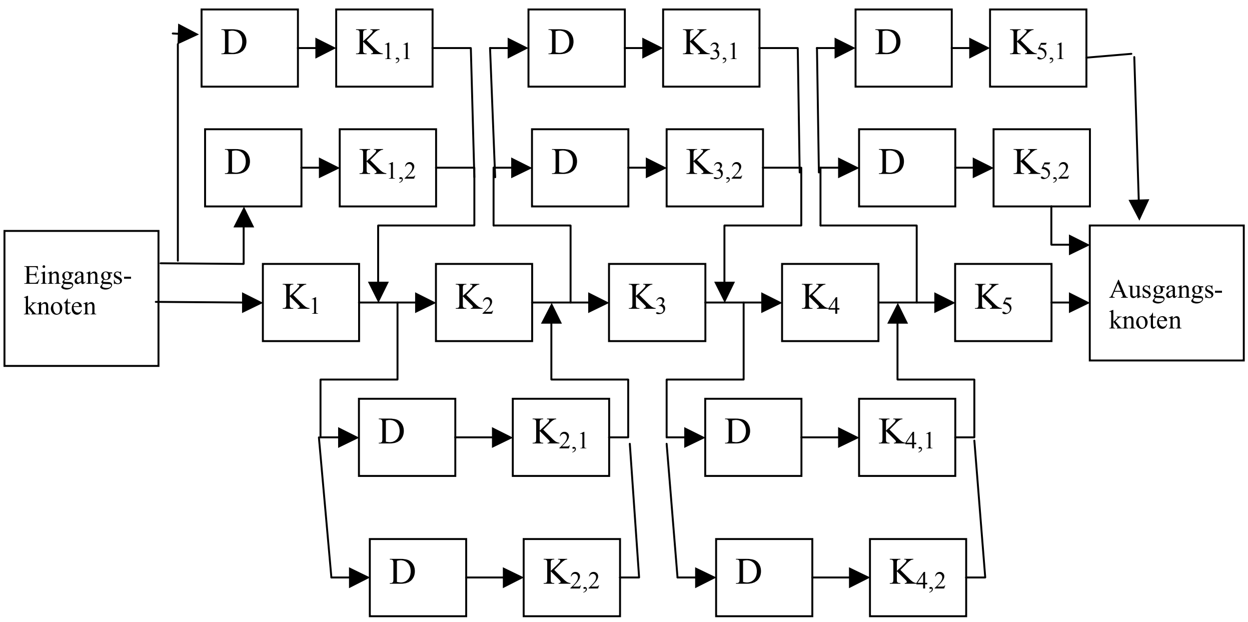
3. Aufgabe

1. Das System aus Sichtpunkt der Zuverlässigkeit kann man als ein nichtredundantes Mehrfachsystem betrachten; daraus ergibt sich die Funktionswahrscheinlichkeit für ein PC:
   $\varphi(S;t) = \varphi(K_1;t)\varphi(K_2;t)\varphi(K_3;t)\varphi(K_4;t)\varphi(K_5;t)\varphi(K_6;t) = e^{-6\lambda t}$;
   für 100000 Geräte daraus wird
   $$\varphi(S_{500000};t) = e^{-600000\lambda t}.$$
   Bei t = 24 Stunden und der angegebenen maximalen Funktionswahrscheinlichkeit 99.999 % oder 0.99999 erhält man:
   $0.99999 = e^{-14400000\lambda}$ oder
   $\lambda = 6.944 * 10^{-13}$/Stunde.
   Wenn man eine funktionsfähige Konfiguration ohne Tastatur und Maus im Betracht zieht, bekommt man fast die gleiche Ergebnisse.
2. Die mittlere Lebensdauer einer einzelnen Komponente:
   $$E(L) = \int_0^\infty R(t)dt = \frac{1}{\lambda} = 1.439 * 10^{12} \text{ Stunden} = 164269406 \text{ Jahre}.$$
   Die Ausfallrate:
   $$z(t) = \frac{\frac{dF_L(t)}{dt}}{R(t)} = \frac{\frac{d(1-R(t))}{dt}}{R(t)} = -\frac{\frac{d(R(t))}{dt}}{R(t)} = \lambda = 6.944 * 10^{-13} \text{ /Stunde}.$$
   Eine so große mittlere Lebensdauer kann nur indirekt geprüft werden. Man kann mehrere Systeme laufen lassen, unter anderem auch in harten Bedingungen wie hohe Temperatur und Feuchtigkeit, Vibration etc.

3. Man kann die Fehlerwahrscheinlichkeit reduzieren, indem man die Funktionswahrscheinlichkeit aller Blöcke erhöht. Einige Fehler können durch Wiederholungen umgegangen werden (z. B. die Information wiederholen etc.).

4. Aufgabe

1. Das Zuverlässigkeitsblockdiagramm (das ist ein Mehrfachsystem mit ungenutzter Redundanz):



2. Die Verfügbarkeit $V = \dfrac{E(L)}{E(L) + E(B)}$.

   Um die mittlere Lebensdauer zu finden, wird die Funktionswahrscheinlichkeit benötigt. Das System aus Sichtpunkt der Zuverlässigkeit ist ein Mehrfachsystem mit ungenutzter Redundanz; daraus ergibt sich die Funktionswahrscheinlichkeit für einen Antrieb (die Funktionswahrscheinlichkeiten für Blöcke D gleichen 1 und werden deshalb nicht berücksichtigt):

   $$R_S(t) = \left(1 - \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^3\right)^5.$$

   Die mittlere Lebensdauer:

   $$E(L) = \int_0^\infty \left(1 - \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^3\right)^5 dt = \int_0^\infty \left(3e^{-\lambda t} - 3e^{-2\lambda t} + e^{-3\lambda t}\right)^5 dt \approx \frac{1}{2\lambda}.$$

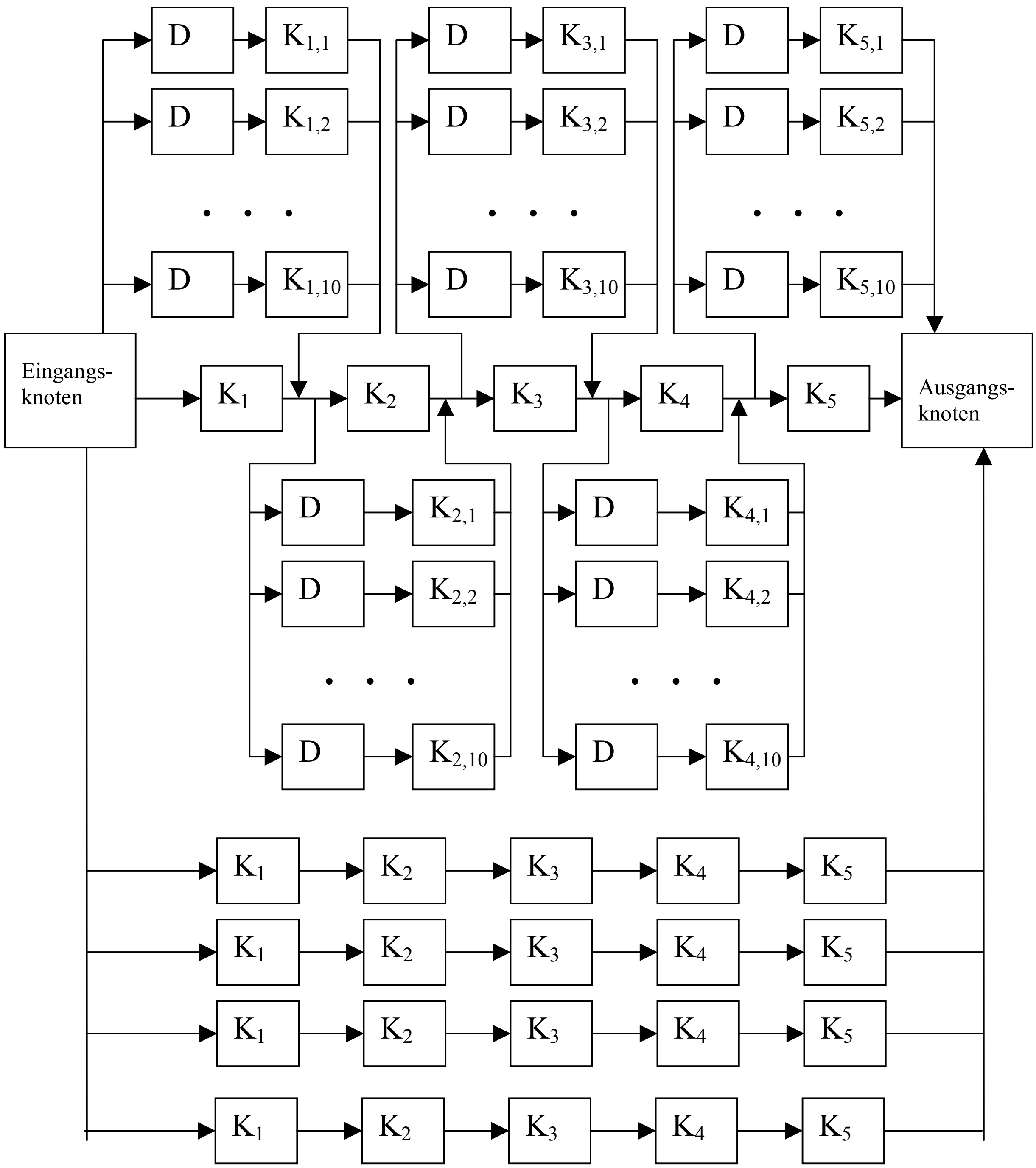
   Jetzt kann die Verfügbarkeit gefunden werden, weil E(B) = 13 Stunden:

   $$V = \frac{\frac{1}{2\lambda}}{\frac{1}{2\lambda} + 13} = \frac{1}{1 + 26\lambda} = 0.9974.$$

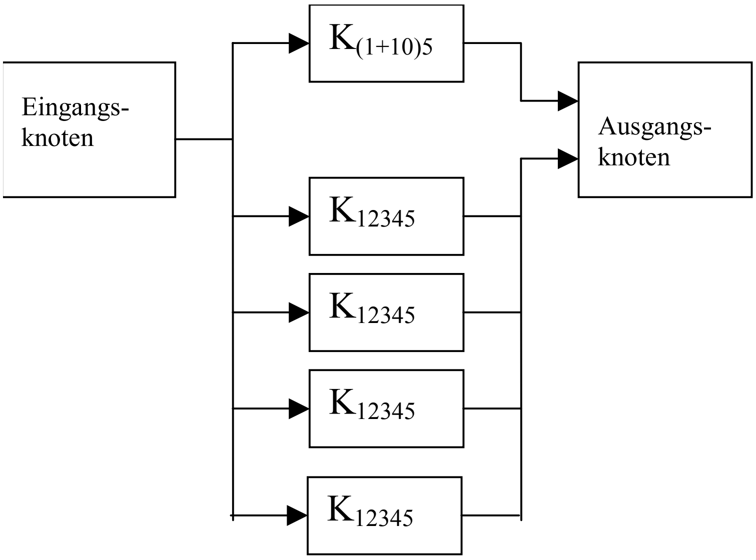
3. Die Fehlerwahrscheinlichkeit nach einem Jahr: $F_L = 0.67$.
4. Für 5 Antriebe wird das genaue Zuverlässigkeitsblockdiagramm ziemlich kompliziert sein, deswegen kann man 2 Grenzfälle betrachten:
   1) 5 unabhängige Antriebe, also 5 parallele Zuverlässigkeitsblockdiagramme aus Punkt 1. Die Funktionswahrscheinlichkeit:

   $$R_{S5}(t) = 1 - \left(1 - \left(1 - \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^3\right)^5\right)^5,$$

   nach einem Jahr $R_{S5}(t) = 1 - 0.67^5 = 0.865$.
   2) Ein Antrieb mit 10 Ersatzkomponenten für jeden Block und 4 Antriebe ohne Ersatzkomponenten.



Vereinfacht lässt sich das Zuverlässigkeitsblockdiagramm so darstellen:



Die Funktionswahrscheinlichkeit in diesem Fall lässt sich wie folgt darstellen:

1) für $K_{(1+10)5}$:

$$R_{S(1+10)}(t) = \left(1 - \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^{11}\right)^{5}$$ (nach einem Jahr $R_{S(1+10)}(t) = 0.9867$).

2) für 4 parallel eingeschaltete Blöcke K_{12345}:

$$R_{12345x4} = 1 - \left(1 - e^{-5\lambda t}\right)^{4}$$ (nach einem Jahr $R_{12345x4}(t) = 0.049$).

Die gesamte Funktionswahrscheinlichkeit ist:

$$R_m = 1 - (1 - R_{12345x4})(1 - R_{S(1+10)}) = 0.9874.$$

Man kann davon ausgehen, dass die tatsächliche Funktionswahrscheinlichkeit zwischen $R_m = 0.9874$ und $R_{S5} = 0.865$ sein wird (sie hängt noch von der Reparaturstrategie ab).